

# 四轮全方位移动机器人各向相异性研究

冷春涛,曹其新

(上海交通大学 机器人研究所, 上海 200030)

**摘要:**由于全方位轮的特殊构造,使得全方位移动机器人沿不同方向运动时具有的最大速度不同,以及在不同方向上的加速性能也不同,称之为各向相异性(anisotropy)。为了充分发挥全方位移动机器人的优越性,通过对4轮全方位移动机器人进行运动学、动力学建模,分析了机器人各向相异性,确定了轮系布置与最大速度曲线的相关规律,以及当机器人沿某一方向以一定加速度运动时,不同轮子上驱动电机所需提供的转矩,从而使得机器人加速运动时更好地避免轮子打滑。并且通过Matlab-ADAMS联合仿真以及实际实验,验证了分析结果的正确性。对机器人的各向相异性作了全面系统的研究,从而更清楚地表述了模型特性,为更好地控制全方位移动机器人提供了基础。

**关键词:**全方位移动机器人;全方位轮;相异性

中图分类号:TP24 文献标识码:A 文章编号:1673-4785(2007)03-0045-00

## Anisotropy of 4-wheeled omnidirectionally mobile robots

LEN G Chun-tao, CAO Qi-xin

(Research Institute of Robotics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Due to the special structure of omnidirectional wheels, the maximum velocity that a robot can achieve is different when the robot moves in different directions, and acceleration in different directions also varies. This is called anisotropy. To understand issues with omnidirectionally mobile robots, kinematic and dynamic models were established and the effects of anisotropy discussed. The relationship between the arrangement of omnidirectional wheels and the curve of maximal velocity was then determined. In order to reduce the effects of slipping on results, values of torques were given on every wheel that was being driven while the robot moved in each direction with acceleration. Simulations by ADAMS and MATLAB, and our experiments, verify the effectiveness of the theory. This thorough study of the anisotropy of omnidirectionally mobile robots provides a foundation for optimization of their control.

**Keywords:** omnidirectional mobile robot; omnidirectional wheel; anisotropy

轮式移动机器人由于控制简单、移动灵活,已经被广泛应用于人类的生产、生活实践中,全方位移动机器人采用全方位轮这种特殊的驱动机构,在二维平面上具有3个自由度,可以沿任意方向同时作平动与转动,在保持姿态不变的情况下,可以完成任意方向的移动,因此引起了研究人员的广泛关注,特别是四轮全方位移动机器人在竞赛机器人<sup>[1]</sup>、服务机器人<sup>[2]</sup>领域中都有所应用。

正是由于全方位轮的特殊构造,使得全方位移动机器人的运动特性与传统轮式机器人相比有着明

显的差异。文献[2-3]提出了当轮子速度相同,轮系布置不同时,全方位移动机器人速度将改变,因此可以通过改变轮子的布置,来实现机器人速度的无级变速;文献[4]则提出了当全方位机器人由不同数量轮子组成时,机器人所能达到的最大速度不同。而对模型进一步分析可知,由相同数量轮子组成的机器人,当沿不同方向运动时,机器人也将体现出不同的性能。虽然研究全方位移动机器人运动学的文献有很多<sup>[5-6]</sup>,但在建立模型的基础上并没有对运动性能的各向相异性进行研究,因此文中通过建立4轮全方位移动机器人的运动学模型,分析在4个全方位轮的不同布置方式下,机器人各个方向上所能达到的最大速度,并推导出了最大速度曲线与轮子间

收稿日期:2006-07-26。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60443007)。

夹角的规律.

一般在建立轮式移动机器人的动力学模型时,为了简化计算,提高实时性,均假设驱动轮只滚不滑,即存在理想纯滚动下的非完整约束条件,如文献[7]在不考虑打滑的情况下利用拉格朗日方程建立动力学模型.但在实际运动过程中,轮子打滑现象往往难以避免,纯滚动假设并不成立,在此基础上建立的动力学模型也并不精确,从而影响了机器人的运动轨迹规划和作业定位精度.为了提高模型的正确性,文献[8]讨论了在打滑情况下,如何建立轮子滚动方向和侧向的滑动摩擦力模型,而文献[9]提出采用滑移率函数作为滑动摩擦系数,对机器人的滑动进行建模.但在运动过程中加速阶段的打滑现象尤其严重,很多文献并未对轮子加速时的动力学进行分析,文中引入驱动轮、从动轮的动力学模型,提出了一种基于车辆动力学理论<sup>[10]</sup>的动力学建模方法,并在此基础上分析为了减少轮子打滑,机器人各个方向上所能达到的最大加速度,以及当运动方向、加速度大小确定的情况下,各电机所需提供的转矩值.

## 1 全方位轮

全方位轮种类很多,文中以图1中所示模型<sup>[11]</sup>为例进行讨论,它的组成是在轮毂的外缘上设置有可绕自己的轴旋转的辊子,且均匀分布于轮毂周围,这些辊子轴线( $E_i$ )和轮毂轴线( $S_i$ )的夹角为90°.运动时轮毂是驱动机构,辊子是从动机构,因此在文中主动轮由图1所示车轮轮毂与边沿辊子组成,从动轮为车轮辊子,主动轮、从动轮与地面接触点均为辊子与地面的接触点.

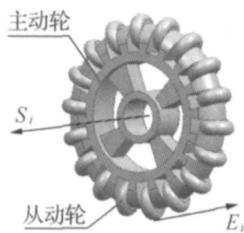


图1 全方位轮模型

Fig. 1 Model of omnidirectional wheel

## 2 全方位移动机器人速度分析

### 2.1 运动学建模

为清楚的分析全方位移动机器人比传统轮式机器人具有的优越性,必须进行相关的运动学建模<sup>[11]</sup>.由如图2所示主动轮与从动轮的关系,可以得到式

$$\mathbf{o}_i = \mathbf{p}_i + \mathbf{v}_i. \quad (1)$$

式中: $\mathbf{o}_i$  为第  $i$  个全方位轮中心的速度,  $\mathbf{p}_i$  为与地面相接触的从动轮的轴心速度,  $\mathbf{v}_i$  为点  $O_i$  与  $P_i$  的相对速度.

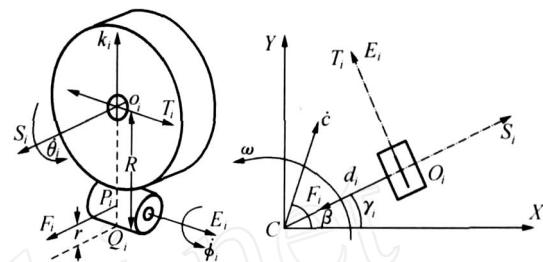


图2 全方位轮参数

Fig. 2 Parameters of omnidirectional wheel

设主动轮与从动轮的角速度矢量分别为  $\omega_d$ 、 $\omega_p$ , 它们有式(2)的关系, 而由式(1)、(2)可推得式(3). 而由已知关系(3)、(4)可最终推导得(5), 获得主动轮中心的速度公式:

$$\mathbf{o} = \mathbf{k} + \mathbf{r} \mathbf{S}_i, \quad \mathbf{p} = \omega_d \phi \mathbf{E}_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{p} \times \mathbf{Q}_i \mathbf{P}_i = -r(\mathbf{r} \mathbf{T}_i + \phi \mathbf{F}_i), \quad (3)$$

式中:  $\omega$  为机器人角速度,  $r$  为从动轮的半径,  $\omega$  表示主动轮的转速,  $\phi$  表示从动轮的转速:

$$\mathbf{v}_i = \omega_d \times \mathbf{P}_i \mathbf{O}_i = -r(R - r) \mathbf{T}_i, \quad (4)$$

$$\mathbf{o}_i = -R \mathbf{r} \mathbf{T}_i - r \phi \mathbf{F}_i, \quad (5)$$

同时由于主动轮中心速度可以由机器人中心速度变量  $c$  和  $d$  表示, 见式(6),  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . 由于辊子是随动的, 并不由驱动器驱动, 是非控制量, 在运动分析时不考虑该速度  $\phi$ , 因此将式(5)、(6)两边点乘  $\mathbf{E}_i$ , 将两式联立从而最终可导出式(7),  $t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$  为运动旋量矢量.

$$\mathbf{o} = \mathbf{c} + \mathbf{d}, \quad (6)$$

$$-R \mathbf{r} = k_i t, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{J} = -R \cdot \mathbf{1}, \quad (9)$$

现取式(8)所示的定义, 则可将4轮全方位机器人的运动学模型表示成式(9)所示的矩阵形式.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^T & \mathbf{d}_1 & \mathbf{E}_1^T \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{E}_n^T & \mathbf{d}_n & \mathbf{E}_n^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{Kt}. \quad (9)$$

### 2.2 最大速度分析

在绝大多数应用场合, 如竞赛机器人, 能够达到多大的速度, 是衡量系统设计优劣的一个标准.

针对全方位轮特殊的机构特性,对机器人系统最大的速度进行相应的分析,可以更好地配置全方位轮,以及使得设计的机器人能够达到所要求的速度提供依据,同时也为控制提供了更详细的模型特性,因此它是全方位移动机器人系统研究中不可缺少的一个环节。本节只分析机器人只有线速度的情况。

为分析方便将上述全方位移动机器人运动学方程转化成式(10)的形式:

$$R_i = c \sin(-\beta_i) + d_i. \quad (10)$$

为求得机器人在 方向上的最大速度,问题转化为求当 值一定时,上式中 的最大值。设  $M_i = \sin(-\beta_i)$ ,且  $|M_i|$  的最大值为  $|M_i|_{\max}$ ,则机器人在 方向上的最大速度  $V_c = 1/|M_i|_{\max}$ (设每个轮子所能提供的最大速度为 1 m/s)。

当机器人沿 方向运动时,由三角函数性质可知,要求  $|M_i|$  的最大值,即求出  $i$  值,使得  $-\beta_i$  与 Y 轴的夹角最小,因此  $i$  必须满足不等式(11),此时  $i$  即为确定机器人最大速度的轮子序号,即第  $i$  个轮子转速最快,已知  $i$  为整数,即可求出  $i = \bar{i}$ ,此时机器人在该方向上的最大速度为  $V_c = 1/|\sin(-\beta_{\bar{i}})|$ 。其中 4 个全方位轮最小夹角为:

$$\begin{cases} / - i + 1/2 / & A, \\ / - i + 3/2 / & A. \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $A = (-\beta)/2$ 。

根据以上分析,当每个轮子的最大速度为 1 m/s 时,机器人在任一方向上的最大速度  $V_c$  都可以求解。当机器人轮子布置如图 3 所示时,为了清楚的分析轮子安装位置对机器人运动速度的影响,得到更一般的结论,将各方向的  $V_c$  分别求解后画出机器人沿不同方向运动时所能达到的最大速度曲线(如图 4),图中 C 为机器人中心,  $V_c$  的长度即为机器人沿 方向运动时所能达到的最大速度值。

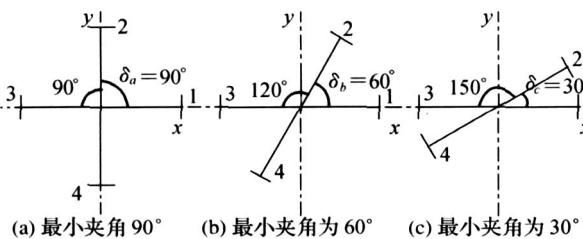


图 3 四轮机器人轮系布置示意图

Fig. 3 Arrangement of wheels of 4-wheeled robot

通过分析可知如下规律:当单个轮子最大速度为 1 m/s 时,4 轮全方位移动机器人沿不同方向运动所能达到的最大速度值曲线为单位圆的外接四边

形,而四边形的各内角值即是各轮子中心与机器人中心连线的夹角值。根据该结论,只要确定该夹角值便可以清楚的知道机器人沿不同方向所能达到的最大速度。

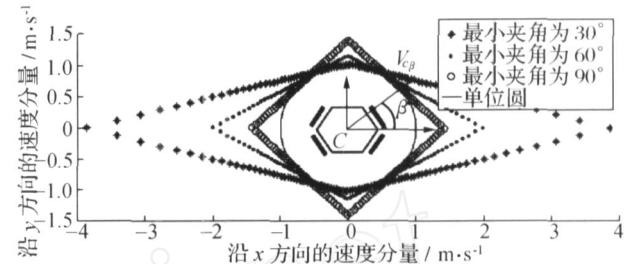


图 4 最大速度曲线

Fig. 4 Curves of maximal velocity

但上述结论只是根据运动学关系求解出的速度性能,由动力学特性知,当轮子中心与机器人中心连线的夹角值过小时,在最大速度的方向上机器人的驱动能力较弱,并不能无限制的缩小夹角而达到增大速度的效果,从而使得在设计机器人时在考虑运动学的同时必须考虑动力学特性,以获得最优性能。

### 3 全方位移动机器人动力学特性

#### 3.1 单个轮子动力学模型

基于车辆动力学理论<sup>[10]</sup>,当全方位移动机器人加速运动时,驱动轮与地面的接触变形所产生的切向力是车辆或移动机器人运动的牵引驱动力。只要轮子和地面间的接触区域,即轮子接地印迹上承受切向力,就会出现不同程度的打滑,因此严格来讲理想纯滚动假设条件并不符合实际情况。将加速过程中的车轮的打滑减少到最少是机器人运动控制的目标,而对单个轮子进行动力学分析是前提。

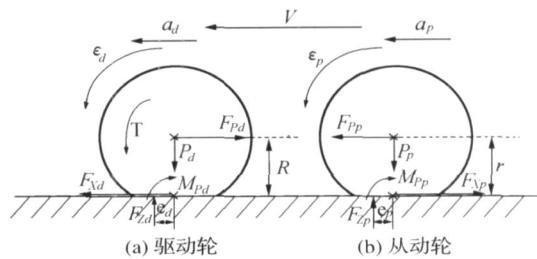


图 5 单个车轮动力学分析

Fig. 5 Dynamics modeling of single wheel

图 5 中分别是驱动轮、从动轮在加速过程中的受力图<sup>[10]</sup>。各参数说明如下:  $P_d$ 、 $P_p$  为驱动轮从动轮上的载荷,  $F_{Zd}$ 、 $F_{Zp}$  为地面对驱动轮从动轮的法向反作用力,  $F_{Xd}$ 、 $F_{Xp}$  表示作用在驱动轮从动轮上的

地面切向反作用力,  $F_{fd}$ 、 $F_{fp}$  为驱动轮从动轮滚动阻力(未在图中画出), 且滚动阻力  $F_f = f_R F_z$ ,  $f_R$  为滚动阻力系数,  $F_{pd}$ 、 $F_{pp}$  是驱动轴从动轴作用于驱动轮从动轮的平行于地面的力,  $M_{pd}$ 、 $M_{pp}$  是驱动轮从动轮滚动阻力偶矩, 在机器人载荷一定的情况下, 近似不变.  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  为驱动轮从动轮的角加速度,  $a_d$ 、 $a_p$  为驱动轮从动轮轴心平行于地面的加速度,  $J_d$ 、 $J_p$  分别为主动轮与从动轮的转动惯量,  $T$  为电机作用于驱动轮的转矩,  $e_d$ 、 $e_p$  是由于轮子与地面之间的印迹表面上存在着压力分布问题, 而使得地面对轮子法向反作用力偏移的距离.

根据图 5 所示受力情况, 驱动轮与从动轮的动力学模型<sup>[10]</sup>分别如式(12)、(13)所示.

$$\begin{aligned} m_d a_d &= F_{xd} - F_{pd}, \\ J_d \ddot{\alpha}_d &= T - (F_{xd} + F_{fd}) r. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} m_p a_p &= F_{pp} - F_{xp}, \\ J_p \ddot{\alpha}_p &= (F_{xp} - F_{fp}) \cdot r. \end{aligned} \quad (13)$$

地面对轮子切向反作用力  $F_x$  的极限值称为附着力  $F$ , 且  $F = F_z$ , 为附着系数, 它是由地面与轮子决定的, 所以地面对轮子切向反作用力不可能大于附着力, 由式(12)可知,  $a_d$  有一极限值, 当电机转矩  $T$  过大时, 使得附着力提供的轮子中心的最大加速度小于由  $T$  作用而产生的加速度, 即  $a_{dmax} < a_{max} R$  时, 将发生驱动轮打滑现象; 同理作用于从动轮的  $F_p$  过大时, 从动轮同样将发生打滑.

### 3.2 全方位移动机器人整体动力学建模

根据图 5 的单个轮子的受力模型和图 6 的全方位移动机器人运动平台, 使用 Newton-Euler 方程, 可以对全方位移动机器人建立动力学模型, 整个动力学模型为式(12)、(13)、(14),  $m_R$  为机器人质量,  $(x_c, y_c)$  为机器人中心位置坐标.

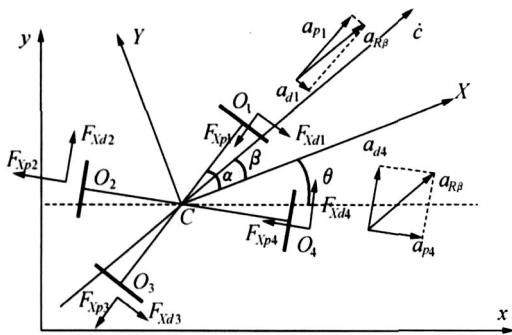


图 6 全方位移动机器人运动坐标系统

Fig. 6 Omnidirectional mobile robots moving coordinate system

$$a_R = \frac{(F_{xd2} + F_{xd4}) \sin(2\beta) - 2\cos(2\beta) F_{fp2} - 2F_{fd1}}{m \cos(-\theta) + 2\cos(2\beta) J_{p2} \cos(\alpha_2 + \beta)/r^2 + 2J_{p1} \cos(-\alpha_1)/r^2}. \quad (18)$$

$$\begin{aligned} m_R \ddot{x}_c &= (F_{xd2} + F_{xd4}) \sin(-\theta) + (F_{xd1} + F_{xd3}) \sin(\alpha_1 + \beta) - (F_{xp2} + F_{xp4}) \cos(-\theta) \\ &\quad - (F_{xp1} + F_{xp3}) \cos(\alpha_1 + \beta), \\ m_R \ddot{y}_c &= (F_{xd2} + F_{xd4}) \cos(-\theta) - (F_{xd1} + F_{xd3}) \cos(\alpha_1 + \beta) + (F_{xp2} + F_{xp4}) \sin(-\theta) \\ &\quad - (F_{xp1} + F_{xp3}) \sin(\alpha_1 + \beta). \end{aligned} \quad (14)$$

### 3.3 机器人各向最大加速度

打滑现象容易出现在轮子加速阶段, 因此当机器人向某一方向运动时, 为了避免发生打滑, 必须明知道沿该方向运动时所能达到的最大加速度以及此时所对应各电机的转矩.

如 3.1 节中所述, 当转矩  $T$  过大时, 轮子就会打滑, 但由于在实际情况中驱动轮与从动轮都可能打滑, 因此下面将分析 2 种极限情况下, 机器人所能达到的最大加速度.

由于机器人的对称性, 只分析 0°~90° 的情况, 是在局部坐标系  $\{c, X, Y\}$  中机器人的运动方位角. 首先分析  $\alpha < 90^\circ$  时( 定义如图 6 所示), 当  $T$  足够大, 驱动轮先于从动轮打滑的情况. 为了简化分析, 假设机器人沿  $X$  方向作直线运动且无角速度. 由图 6 中加速度的关系知, 驱动轮 2、4 比驱动轮 1、3 容易打滑, 即作用于驱动轮 2、4 的地面切向反作用力先达到附着力  $F$ .

由动力学模型及分析图 6 可知, 有式(15)、(16)、(17)成立,  $a_R$  表示机器人沿  $X$  方向直线运动的加速度,  $F_{xpi}$  ( $i=1..4$ ) 表示第  $i$  个从动轮的地面切向力, 可由式(13)计算得到, 因此最终  $a_R$  的值可以表示成式(18), 其中当作用于主动轮 2、4 的地面切向反作用力增大到附着力时, 机器人将达到最大加速度, 即  $F_{xd2} > F_{fd2}$ ,  $F_{xd4} > F_{fd4}$  时,  $a_{Rmax} > a_{Rmax}$ .

$$\begin{aligned} m_R a_{p1} &= F_{xd2} \sin(2\alpha) + F_{xd4} \sin(2\alpha) - F_{xp2} \cos(2\alpha) - F_{xp4} \cos(2\alpha) - F_{xp1} - F_{xp3}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} m_R a_{p2} &= F_{xd1} \sin(2\alpha) + F_{xd3} \sin(2\alpha) - F_{xp2} - F_{xp4} - F_{xp1} \cos(2\alpha) - F_{xp3} \cos(2\alpha). \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} a_{d1} &= a_{d3} = a_R \sin(-\alpha), \\ a_{p1} &= a_{p3} = a_R \cos(-\alpha), \\ a_{d2} &= a_{d4} = a_R \sin(\alpha), \\ a_{p2} &= a_{p4} = a_R \cos(\alpha). \end{aligned} \quad (17)$$

现在分析当  $T$  足够大, 从动轮先于驱动轮打滑的情况。从图 6 中加速度的关系知, 从动轮 1、3 比从动轮 2、4 容易打滑, 即作用于从动轮 1、3 的地面切向反作用力先达到附着力  $F$ 。

根据式(13)可以得到从动轮打滑时的最大角加速度, 如式(19)、(20), 而此时机器人的加速度即最大加速度。

$$\omega_{p1\max} = (F_{p1} - F_{fp1}) r / J_p, \quad (19)$$

$$a_{R\max} = \omega_{p1\max} r / \cos(\alpha). \quad (20)$$

由经验数据以及实际测试可知,  $a_{R\max} < a_{R\max}$ , 即当转矩  $T$  足够大时, 主动轮先打滑。而由式(12), 可以得到各电机此时的转矩  $T$ :

$$\begin{aligned} T_{d13\max} &= J_d a_{R\max} \sin(-\alpha) / R + (F_{xd1} + F_{fd1}) R, \\ T_{d24\max} &= J_d a_{R\max} \sin(+\alpha) / R + (F_{d2} + F_{fd2}) R. \end{aligned} \quad (21)$$

其中由于对称性  $F_{xd1} = F_{xd3}$ , 而其大小可由(16)获得。

以上分析是  $\alpha < 0^\circ$  时的情况, 同理可得 在其他范围内时  $a_{R\max}$ 、 $T_{d13\max}$ 、 $T_{d24\max}$  的值, 由于篇幅限制, 在此不再阐述。

### 3.4 电机转矩分析

打滑现象在机器人加速阶段尤为突出, 各电机转矩的不协调, 必然导致机器人的打滑, 因此对机器人加速时各电机转矩关系进行分析非常重要。下面将分析当机器人沿某一方向以某一加速度运动时, 各电机转矩的大小。

当  $\alpha < 0^\circ$  时, 机器人加速度小于  $a_{R\max}$ , 主动轮与从动轮均不打滑。由式(13)可知  $F_{xp1}$ 、 $F_{xp2}$  的大小, 将其代入(22)、(23)可得  $F_{xd1}$ 、 $F_{xd2}$ , 再将它们代入(12)便可以得到电机所需提供的转矩  $T_{d13}$ 、 $T_{d24}$ (如式(24)、(25))。

$$F_{xd1} = \frac{(F_{xp2} + F_{xp1} \cos(2\alpha) + m_R a_R \cos(-\alpha))}{\sin(2\alpha)}, \quad (22)$$

$$F_{xd2} = \frac{(F_{xp2} \cos(2\alpha) + F_{xp1} + m_R a_R \cos(-\alpha))}{\sin(2\alpha)}, \quad (23)$$

$$T_{d13} = J_d a_R \sin(-\alpha) / R + F_{xd1} R / 2 + F_{fd1}, \quad (24)$$

$$T_{d24} = J_d a_R \sin(+\alpha) / R + F_{xd2} R / 2 + F_{fd2}. \quad (25)$$

同理, 可分别求得  $\alpha < -90^\circ$ 、 $-90^\circ < \alpha < 0^\circ$ 、 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 、 $90^\circ < \alpha$  情况下  $T_{d13}$ 、 $T_{d24}$  的值。图 7、8 分别所示为当时  $T_{d13}$ 、 $T_{d24}$  的值。其中各参数值定义为: 机器人重量  $P = 196$  N,  $R = 0.09$  m,  $r = 0.0125$  m,  $f_R = 0.2$ ,  $\mu = 1.0$ ,  $J_p = 5.235 \times 10^{-7}$  kg<sup>2</sup>,  $J_d = 3.669 \times 10^{-3}$  kg<sup>2</sup>,  $F_{fd} = F_{fp} = 9.8$  N,  $F_d = F_P = 49$  N。

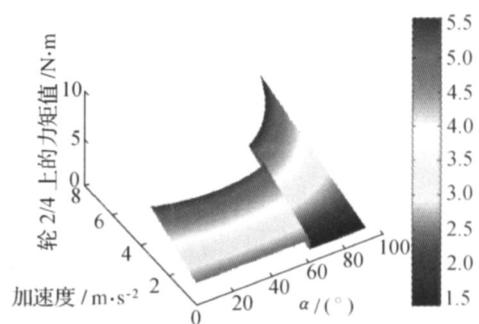


图 7 第 1、3 轮电机转矩值

Fig. 7 The torque of 1th and 3th motor

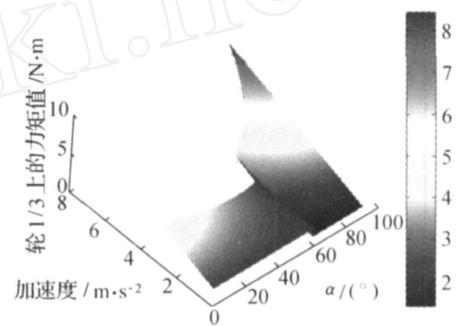


图 8 第 2、4 轮电机转矩值

Fig. 8 The torque of 2th and 4th motor

## 4 仿真分析与实验结果

本节首先通过 ADAMS - Matlab 联合仿真, 验证以上分析结果。在 ADAMS 中建立如图 9 所示的四轮全方位移动机器人模型(轮系布置方式如图 3(b)所示), 确定输入输出变量。而后在 Matlab 中建立控制模型, 这里采用简单的单个轮子的 PID 控制, 整个控制结构框图如图 10 所示。

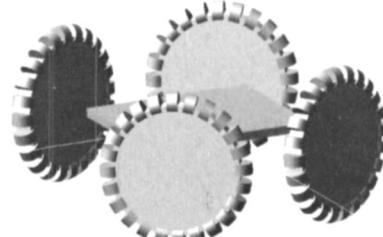


图 9 ADAMS 建模

Fig. 9 ADAMS modeling

首先测试当机器人轮子最大速度为 1 m/s 时, 机器人各向最大速度值。为减少循环次数, 每 10 离散采样一个测试点, 轮子速度变化间隔为 0.1 m/s。此时输入模块中各轮输入量为转速, ADAMS 模型输入输出均为各轮转速, 输出模块为机器人速度。最

终通过循环测试,机器人各向最大速度值如图 11 所示。

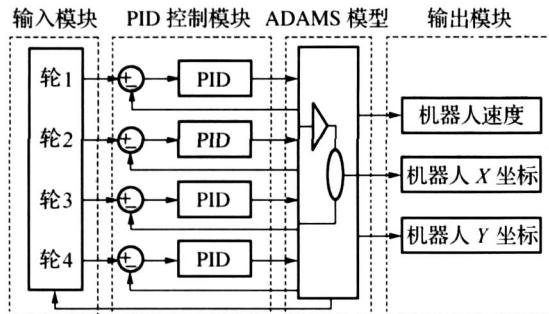


图 10 控制结构框图

Fig. 10 Control system diagram

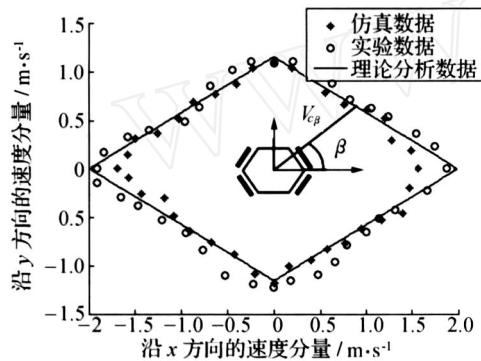


图 11 最大速度仿真分析

Fig. 11 Simulation analysis of maximal velocity

根据 3.4 节所设参数值,机器人以  $1 \text{ m/s}^2$  加速度沿  $\beta = 45^\circ$  方向直线运动,输入模块中各轮输入量为转矩,ADAMS 模型输入也为各轮转矩,输出为各轮转速,输出模块为机器人轨迹。电机转矩按 3.4 节结论计算出的  $T_{13}$ 、 $T_{24}$  加载。图 12 所示为机器人的运动轨迹,由图可知,机器人由正确的转矩值驱动时,几乎没有打滑。

上海交通大学机器人研究所实际研制开发了四轮全方位移动机器人,具体结构如图 13 所示,轮系布置与仿真分析中模型相同。为了进一步验证上述分析结果的正确性,做了以下实验:首先测试了机器人实际各向所能达到的最大速度,实验方法为:根据运动方程确定好的各轮速度关系,将转速最快的那个轮子速度设为  $1 \text{ m/s}$ ,利用里程计记录数据测试机器人所能达到的速度。其次是测试在加速阶段直线轨迹跟踪情况,实验方法与仿真相同,各轮电机转矩均按分析结果加载,机器人运动过程中记录坐标值。为防止打滑现象造成里程计数据错误,所有数据均为多次实验的平均值。为方便比较,最后实验数据与仿真数据共同表示在图 11、图 12 中。

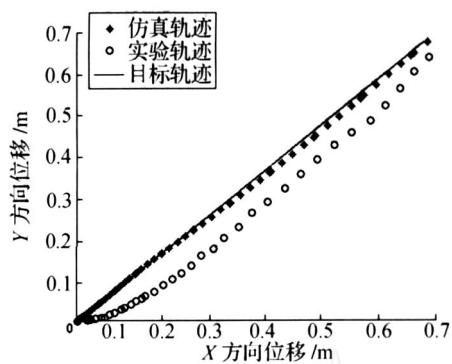


图 12 加速运动轨迹分析

Fig. 12 Tracking with accelerated motion

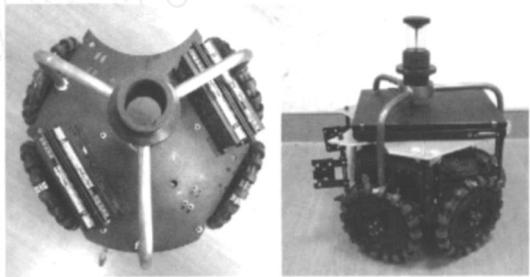


图 13 四轮全方位移动机器人实物图

Fig. 13 4-wheeled omnidirectional robot

由图可知,仿真与实验结果与上文分析数据基本符合,从而验证了机器人各向最大速度曲线以及各轮子转矩值分析的正确性。但上述结果与理想值仍存在一定误差,分析原因主要是对于实际机器人,很难精确确定 3.4 节各参数值,同时由于实验场地的不确定性等因素的存在,都对实验产生影响。

## 5 结束语

文中分析了四轮全方位移动机器人在轮子不同布置方式下,沿任意方向运动时所能达到的最大速度,并提出了各方向上最大速度与轮子间夹角相关的规律,从而为今后更好地设计全方位移动机器人驱动机构提供了基础。同时基于车辆动力学理论,提出了单个驱动轮、从动轮动力学建模方法,分析得出了机器人各向最大加速度,以及当机器人按要求沿某一方向以某一加速度运动时各电机所需提供的转矩值,从而为机器人在加速阶段减少轮子打滑提供理论依据。

今后的研究将进一步精确机器人各参数值,根据全方位移动机器人运动学、动力学方面的各向相异性,对运动控制、路径规划等算法进行优化设计,并通过实际实验完善以上分析结果。

## 参考文献:

- [1] HE Zhenfeng , LIN Lanfen , MA Xueying. Design , modeling and trajectory generation of a kind of four wheeled omni-directional vehicle [A]. IEEE International Conference on systems , Man and Cybernetics [C]. Hague , Netherland. 2004 .,
- [2] WADA M , ASADA H H. Design and control of a variable footprint mechanism for holonomic omnidirectional vehicles and its application to wheelchairs [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation , 1999 , 15(6) : 978 - 989.
- [3] SON G J B , B YUN K S. Design and control of a four Wheeled omnidirectional mobile robot with steerable omnidirectional wheels [J]. Journal of Robotic Systems , 2004 , 21(4) :193 - 208.
- [4] ASHMORE M , BARNES N. Omni-drive robot motion on curved paths: the fastest path between two points is not a straight-line [A]. Proc Australian Joint Conference on Artificial Intelligence [C]. Canberra , Australia , 2002.
- [5] 张 翩,熊蓉等,褚 健,等.一种全方位移动机器人的运动分析与控制实现[J].浙江大学学报(工学版),2004,38(12):1650 - 1653.  
ZHANG He , XIONG Rong , CHU Jian , et al. Motion analysis and control realization of omnidirectional robot [J]. Journal of Zhejiang University ( Engineering Science ) , 2004 , 38(12) :1650 - 1653.
- [6] LEOW Y P , LOW K H , LOH W K. Kinematic modelling and analysis of mobile robots with omni-directional
- wheels [ A ]. 7th International Conference on Control , Automation , Robotics and Vision[C]. Singapore , 2002.
- [7] VIBOONCHAICHEP P , SHIMADA A , KOSAKA Y et al. Rectification control for mecanum wheeled omni-directional vehicles [ A ]. The 29th Annual Conference of the IEEE[C]. Virginia , USA , 2003.
- [8] WILLIAMS R L , CARTER B E , GALLINA P. Dynamic model with slip for wheeled omnidirectional robots[J]. IEEE transactions on robotics and automation , 2002 , 18 (3) :285 - 293.
- [9] BALAKRISHNA R , GHOSAL A. Modeling of slip for wheeled mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation , 1995 ,11(1) :126 - 132.
- [10] 余志生. 汽车理论[M]. 北京:机械工业出版社,1990.
- [11] ANGELES J. Fundamentals of robotic mechanical systems: Theory , methods , and algorithms : 2nd Ed [ M ]. New York : Springer-Verlag , 2003.

### 作者简介:



冷春涛,男,1981年生,博士研究生,  
主要研究方向为机器人、智能控制。  
E-mail :ctleng @sjtu.edu.cn.



曹其新,男,1960年生,教授,博士生导师,学术梯队带头人,现任上海交通大学机器人研究所常务副所长. 主要研究方向为机器视觉与模式识别、异构多机器人的协作与控制。  
E-mail :qxcao @sjtu.edu.cn.