# 一种时变非线性系统的自适应逆控制仿真

张宇明,曹其新 (上海交通大学机器人研究所,上海 200030)



摘 要:对一种非线性时变系统提出了基于神经网络的自适应逆控制方案。该方案中用两个动态 神经网络分别作为模型辨识器和自适应逆控制器,详细推导了在线训练自适应逆控制器的 BPTM (back propagation through model)和 RTRL (real time recursive learning)算法。根据大幅面喷 墨打印机的结构特点,建立了打印头车架系统的时变非线性动力学模型作为仿真对象,在 Matlab/Simulink 平台下进行了算法仿真验证。结果表明了该方案收敛快,能有效控制该时变非线性 对象。

关键词: 自适应逆控制; 非线性; 神经网络; 打印头车架; 仿真 中图分类号: TP273.2 文献标识码: A 文章编号: 1004-731X (2006) 03-0760-04

# Simulation of Adaptive Inverse Control for Time-varying Nonlinear System

ZHANG Yu-ming, CAO Qi-xin

(Robotics Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** An adaptive inverse control scheme was proposed for a kind of time-varying nonlinear systems. In the scheme there are two neural networks as the model identifier and the adaptive inverse controller. The BPTM and RTRL algorithms for training the controller were investigated in detail. To verify the scheme, a time-varying nonlinear dynamic model as the simulation plant was constructed for the printer head carriage of a kind of large scale ink jet printers with the special structure characters. The scheme was simulated in Matlab/Simulink, and the results show that the controller converges very fast and the scheme is suitable for the time-varying nonlinear plant.

Key words: adaptive inverse control; nonlinear; neural network; printer head carriage; simulation

## 引 言

为了精确控制系统中的复杂被控对象(以下简称对象), 一般采用经典或者现代控制理论中基于参数和数学模型的 方法来设计控制器。这些方法不仅设计复杂,而且由于参数 不准确或者是时变的使精确的数学模型不可得或者过于繁 琐而难以实现,也影响了控制器性能的提高。对此本文提出 了一种自适应逆控制方案,通过在线学习对象的输入输出数 据对对象进行自适应建模和设计逆控制器<sup>[1-3]</sup>,避免人工建 模的弊端。在方案中采用了两个动态神经网络,一个作为模 型辨识器,另外一个作为逆控制器,前者采用 SDBP(steepest descendent back propagation)算法进行训练,后者采用 BTTM 和 RTRL 算法进行训练<sup>[2-3]</sup>。

为了对该方案进行验证,选取了大幅面喷墨打印机打印 头车架运动系统作为仿真对象。它的可打印宽度最大可以达 到4米以上,由于结构上的特点,打印头车架对驱动电机是 非线性负载,考虑到电机、驱动器、传动系统和摩擦力等环 节存在的其它非线性和时变因素,打印头车架运动控制系统 是一个非线性时变系统<sup>[4-5]</sup>。由于传统的 PID 控制不能适应 对时变非线性对象的控制要求,因此,在控制环节中加入鲁 棒补偿器或者参数自适应功能,能够改善控制性能<sup>[5-7]</sup>,其 它方法与上述方法相比,控制性能相去甚远<sup>[8]</sup>。本文用自适 应逆控制方案建立了该系统的 Simulink 模型,最后进行了 仿真。与鲁棒控制方案相比,该方案中控制器是自适应学习 得到的,因此不需要建立被控对象的精确数学模型,并且可 以跟踪系统的时变和非线性特性保证良好的控制效果。

## 1 自适应逆控制控制方案

用一般形式的 NARMA (非线性自回归滑动平均)模型 表示非线性对象:

y<sub>(k+1)</sub> = f[u<sub>(k)</sub>, u<sub>(k-1)</sub>,..., u<sub>(k-a+1)</sub>, y<sub>(k)</sub>,..., y<sub>(k-b+1)</sub>, s] (1)
 上式中 y 和 u 分别表示输出和输入变量, s 表示参数集, a
 和 b 分别表示输入和输出延迟阶数。f[.]是一个非线性函数,
 k 表示离散时间。从(1)式可以推导出自适应逆控制器控制对
 象输入的一般形式:

 $u_{(k)} = g[u_{(k-1)},...,u_{(k-a+1)},y_{(k)},...,y_{(k-b+1)},r_{(k+1)},s]$  (2) 上式中 r 是指令信号,g[.]是一个用于逼近期望控制律的非 线性函数。(1)式和(2)式都可以用神经网络来逼近。

自适应逆控制的整体方案如图 2 所示,该方案包含了两 个神经网络,一个是模型辨识器,另一个是自适应逆控制器。 图 1 中的 z<sup>-1</sup>表示信号的一阶延迟;参考模型的作用是为了 使整个控制系统获得期望的动态响应;模型辨识器的作用是 为对象建立非线性动态模型。该方案的主要思想是用对象的 在线输入输出数据训练模型辨识器,同时将控制误差 e<sub>c</sub>用

收稿日期: 2005-01-11 **修回日期**: 2005-06-06 基金项目: 国家自然科学基金 (60443007, 50390060) 作者简介: 张宇明 (1972-), 男,湖北天门人,博士生,研究方向为机 器人与智能控制: 曹其新 (1960-),男,教授,研究方向为机器视觉与 智能移动机器人。

BPTM 和 RTRL 算法训练自适应逆控制器。



图 2 模型辨识多层神经网络

#### 1.1 模型辨识

用前向神经网络作为模型辨识器,可以通过在线或者离 线训练来逼近对象的非线性动态输入输出特性:

$$y_{I(k+1)} = \hat{f}[u_{(k)}, u_{(k-1)}, y_{(k)}, y_{(k-1)}, s]$$
(3)

该模型辨识器如图 2 所示,隐层神经元的作用函数为双曲正 切函数,输出层神经元的作用函数为线性函数。神经网络的 权值可以用最速下降法通过极小化以下瞬时代价函数进行 训练:

$$J_{1(k+1)} = \frac{1}{2} e_{1(k+1)}^2 = \frac{1}{2} (y_{(k+1)} - y_{1(k+1)})^2$$
(4)

网络权值的瞬时修正为

$$\Delta w_{i_{j(k+1)}}^{(2)} = w_{1_{j(k+1)}}^{(2)} - w_{1_{j(k)}}^{(2)} = \eta_{1} e_{I(k+1)} x_{j(k)}^{(2)}$$

$$\Delta w_{i_{j(k+1)}}^{(1)} = w_{i_{j(k+1)}}^{(1)} - w_{i_{j(k)}}^{(2)} = \eta_{1} e_{I(k+1)} w_{1_{j(k)}}^{(2)} \varphi'(x_{j(k)}^{(2)}) x_{i(k)}^{(1)}$$
(5)

上式中,  $w_{1j}^{(2)}$ 是第 j 个隐层神经元到输出神经元的连接 权值,  $w_{ji}^{(1)}$ 是第 i 个输入到第 j 个隐层神经元的连接权值;  $\varphi$ 是隐层神经的作用函数,  $\varphi' = \partial \varphi(x) / \partial x$ ;  $\eta_i$ 是神经网络的学 习速率;  $x_j^{(2)}$ 是输出神经元的第 j 个输入,也是隐层的第 j个神经元的输出,  $x_i^{(1)}$ 是隐层神经元的第 i 个输入。

#### 1.2 控制器训练

控制器的结构如图 2 所示。为了与模型辨识器相区别, 控制器的权值用 v<sup>(1)</sup>和 v<sup>(2)</sup>表示,控制器网络的输入和隐层的 输入分别用 t<sup>(1)</sup>和 t<sup>(2)</sup>表示,相对应的参数用下标 c 代替原下标 I。权值可以通过极小化以下瞬时代价函数进行训练:

根据链法则,上式可以写成

$$\Delta v_{ji(k+1)}^{(1)} = -\eta_{c} \frac{\partial J_{c(k+1)}}{\partial e_{c(k+1)}} \frac{\partial e_{c(k+1)}}{\partial y_{(k+1)}} \frac{\partial y_{(k+1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} = \eta_{c} e_{c(k+1)} \frac{\partial y_{(k+1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}}$$
(7)

因为 $y_1$ 是y的估计值,故可以用 $\partial_{y_{i(k+1)}}/\partial_{y_{i(k)}}^{(1)}$ 近似 $\partial_{y_{(k+1)}}/\partial_{y_{i(k)}}^{(1)}$ ,即有

$$\frac{\partial y_{(k+1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} \approx \frac{\partial y_{I(k+1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} \tag{8}$$

再用链法则计算上式右边:

$$\frac{\partial y_{1(k+1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} = \frac{\partial y_{1(k+1)}}{\partial u_{(k)}} \frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} \tag{9}$$

上等式右边第一项只与模型辨识器有关,也可用链法则计

算。y<sub>I</sub>与 u 的关系如下:

$$y_{I(k+1)} = \sum_{j=1}^{N_{I}} w_{1j(k)}^{(2)} x_{j(k)}^{(2)} , \quad x_{j(k)}^{(2)} = \varphi\left(\sum_{i=1}^{5} w_{ji(k)}^{(1)} x_{i(k)}^{(1)}\right)$$
(10)

$$\frac{\partial y_{i(k+1)}}{\partial u_{(k)}} = \sum_{j=1}^{N_{1}} W_{1j(k)}^{(2)} \frac{\partial}{\partial u_{(k)}} \left( \varphi \left( \sum_{i=1}^{s} W_{ji(k)}^{(1)} x_{i(k)}^{(1)} \right) \right) \\ = \sum_{j=1}^{N_{1}} W_{1j(k)}^{(2)} \varphi'(x_{j(k)}^{(2)}) \\ \frac{\partial}{\partial u_{(k)}} \left( \sum_{i \in U_{1}} W_{ji(k)}^{(1)} u_{(k)} z^{-d_{i}} + \sum_{i \in Y_{1}} W_{ji(k)}^{(1)} y_{(k)} z^{-d_{i}} + W_{j5(k)}^{(1)} s \right)$$
(11)  
$$= \sum_{j=1}^{N_{1}} W_{1j(k)}^{(2)} \varphi'(x_{j(k)}^{(2)}) \\ \left( \sum_{i \neq U} W_{ji(k)}^{(1)} z^{-d_{i}} \frac{\partial u_{(k)}}{\partial u_{(k)}} + \sum_{i \notin Y} W_{ji(k)}^{(1)} z^{-d_{i}} \frac{\partial y_{(k)}}{\partial u_{(k)}} + W_{j5(k)}^{(1)} \frac{\partial s}{\partial u_{(k)}} \right)$$

上式中,  $d_i$ 表示第 *i* 个输入的的延迟,  $U_I$ 和  $Y_I$ 分别表 示输入变量 *u* 和 *y* 的下标 *i* 的集合。考虑到 $\partial u_{(k)}/\partial u_{(k)} = 1$ ,  $\partial s / \partial u_{(k)} = 0$ , 令 $\partial y_{(k)}/\partial u_{(k)} = \nabla_u y_{(k)}$ , 再根据(11)式, 上式可 变为以下递归形式:

$$\nabla_{u} y_{(k+1)} = \sum_{j=1}^{N_{1}} w_{1j(k)}^{(2)} \varphi'(x_{j(k)}^{(2)}) \left( \sum_{i \in U_{1}} w_{ji(k)}^{(1)} + \sum_{i \in Y_{1}} w_{ji(k)}^{(1)} z^{-d_{i}} \nabla_{u} y_{(k)} \right)$$
(12)

上式左边是网络参数、输入信号和过去值的函数。

(12)式右边第二项同样也可以用链法则计算。控制器网络的输入输出关系为

$$u_{(k)} = \sum_{j=1}^{N_C} v_{1j(k)}^{(2)} t_{j(k)}^{(2)} ; \quad t_{j(k)}^{(2)} = \varphi\left(\sum_{i=1}^{5} v_{ji(k)}^{(1)} t_{i(k)}^{(1)}\right)$$
(13)

先计算控制器输出变量对输出层权值的偏微分

$$\frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} = \sum_{l=1}^{N_C} \left( \frac{\partial v_{1l(k)}^{(2)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} t_{j(k)}^{(2)} + v_{1l(k)}^{(2)} \frac{\partial t_{l(k)}^{(2)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} \right)$$
(14)

注意到 $\frac{\partial v_{l_{l}(k)}^{(2)}}{\partial r_{l_{j}(k)}^{(2)}} = \begin{cases} 1, & j = l \\ 0, & j \neq l \end{cases}$ , 再根据(13)式运用链法则, (14) 式可以改写为

• 761 •

$$\frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} = t_{j(k)}^{(2)} + \sum_{l=1}^{N_C} \left( v_{1l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \sum_{i=1}^5 v_{li}^{(1)} \frac{\partial t_{i(k)}^{(1)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} \right) \\
= t_{j(k)}^{(2)} + \sum_{l=1}^{N_C} \left( v_{1l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \sum_{i \in U_C} v_{li(k)}^{(1)} z^{-d_i} \frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{1j(k)}^{(2)}} \right)$$
(15)

上式中, $d_i$ 表示第 i 个输入的延迟, $U_C$ 表示控制量 u 的下标 i 的集合。令 $\partial u_{(k)} / \partial v_{1j}^{(2)} = \nabla_{v^{(2)}} u_{(k)}$ ,则上式可变为以下 递归形式:

$$\nabla_{v^{(2)}} u_{(k)} = t_{j(k)}^{(2)} + \sum_{l=1}^{N_C} \left( v_{l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \sum_{i \in U_C} v_{li(k)}^{(1)} z^{-d_i} \nabla_{v^{(2)}} u_{(k)} \right)$$
(16)

再计算控制器输出变量对隐层权值的偏微分

$$\frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} = \sum_{l=1}^{N_c} v_{1l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \sum_{m=1}^{5} \left( \frac{\partial v_{lm(k)}^{(1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} t_{m(k)}^{(1)} + v_{lm(k)}^{(1)} \frac{\partial t_{m(k)}^{(1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} \right)$$
(17)

注意到 $\frac{\partial v_{lm(k)}^{(1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} = \begin{cases} 1, & j = l, i = m \\ 0, & \text{else} \end{cases}$ , 令 $\delta_{lj} = \frac{\partial v_{lm(k)}^{(1)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}}$ , 则上式可变

为以下递归形式

$$\frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} = \sum_{l=1}^{N_C} v_{1l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \left( \delta_{lj} t_{i(k)}^{(1)} + \sum_{m \in U_C} v_{lm(k)}^{(1)} z^{-d_m} \frac{\partial u_{(k)}}{\partial v_{ji(k)}^{(1)}} \right)$$
(18)

再令 $\partial u_{(k)} / \partial v_{ji(k)}^{(1)} = \nabla_{v^{(1)}} u_{(k)}$ ,则上式可变为

$$\nabla_{v^{(1)}} u_{(k)} = \sum_{l=1}^{N_C} v_{1l(k)}^{(2)} \varphi'(t_{l(k)}^{(2)}) \left( \delta_{lj} t_{i(k)}^{(1)} + \sum_{m \in U_C} v_{lm(k)}^{(1)} z^{-d_m} \nabla_{v^{(1)}} u_{(k)} \right)$$
(19)

综上所述,控制器隐层的权值更新公式可以以简洁地表示为

$$\Delta v_{ji(k+1)}^{(1)} = \eta_{c} e_{c(k+1)} \nabla_{u} y_{(k+1)} \nabla_{v}^{(1)} u_{(k)}$$
<sup>(20)</sup>

同理,输出层的权值更新公式也可以表示为

$$\Delta v_{1j(k+1)}^{(2)} = \eta_{\rm c} e_{{\rm c}(k+1)} \nabla_{u} y_{(k+1)} \nabla_{v^{(2)}} u_{(k)}$$
(21)

#### 1.3 参考模型设计

对于图 1 所示的控制结构,在两个网络收敛后,整个系 统具有和参考模型一样的特性。因此,参考模型的设计是和 对系统的特性要求相关的。一般地,如果要求系统具有线性 系统特性,可以根据指标设计一个满足要求的线性系统模 型。在本文中,将参考模型简单地设计为 M(z)=1,即要求 输出实时跟踪指令信号。

#### 1.4 控制器实现及训练过程

控制器的实现是与两个神经网络的训练同时进行的,以 下步骤总结了训练两个神经网络的过程:

1、设定两个网络的隐层节点数,初始化各网络节点, 设定学习速率  $\eta_{\rm I}$ 和  $\eta_{\rm C}$ ,将网络的初始权值设为较小的随机 值,所有的递归项初始值设为 0。

2、训练模型辨识器:给对象输入典型控制信号,用对 象的输入输出数据训练模型辨识器,直到 ec 保持较小的值。

3、给定参考信号,按照图1所示的结构,用(10)式和(13) 式计算网络各层节点的值。

4、用(5)式更新模型辨识器的权值。

5、计算(12)、(16)和(19)式,用(20)和(21)式更新控制器 权值。

## 2 仿真对象建模

仿真对象是大幅面喷墨打印机打印头车架运动系统,如 图 3 所示,当拖链随车架一起运动时,其运动长度和质量是 随车架的位置而变化的,对电机是一个变化的负载。电机采 用 PWM 控制,忽略电机控制和驱动电路的死区和电枢反应 的非线性等因素,电枢电压方程可等效写为

$$\begin{cases} u_a = Ux = L_a \dot{i}_a + R_a i_a + E_a \\ E_a = C_e w = C_e v / R \end{cases}$$
(22)

上式中, $u_a$ 是电机电枢电压,U是电机母线电压,x是 PWM 控制信号, $L_a$ 是电枢电感, $i_a$ 是电枢电流, $R_a$ 是电枢电阻,  $E_a$ 是电枢反电势, $C_e$ 为电机的励磁磁通,w为转动角速率, v是车架运动速度,R是减速皮带轮的等效半径。假定传动 系是刚性的,即忽略传动链中的所有弹性因素,则车架的力 平衡方程为

$$m\dot{v} + u_c mv + u_v mg = M_m / R \tag{23}$$

上式中,g是重力加速度, $m=m_0+m_1s$ ,是折合到车架上的总 质量,其中 $m_0$ 是车架的静态质量, $m_1$ 是拖链及附属物在单 位长度内的质量, $s = \int_0^t v dt$ 是车架的位移; uv 是粘性摩擦 系数, $u_c$ 是库仑摩擦系数; $M_m=C_m i_a$ 是电机的电磁转矩, 其中 $C_m$ 是电机转矩系数。



根据(22)和(23)式可以写出系统的微分方程

$$\ddot{v} = \frac{UC_m}{L_a Rm} x - (u_v g + \frac{R_a}{L_a}) \dot{v} - \frac{m_1}{m} \dot{v} v - \frac{u_v m_1 g}{m} v^2 - \frac{R_a u_v m g R^2 + u_c m_1 g L_a R^2 + C_e C_m}{L_a R^2 m} v - \frac{R_a u_c g}{L_a}$$
(24)

从(24)式可以看出,等式右边因变量的系数都含有m项, 而 m 是因变量 v 的函数,因此,(24)式表示一个非线性系统; 当参数具有时变特性时,(24)式表示一个时变非线性系统。 除此之外,难以建模的时变和非线性因素还包括:母线电压 的波动、电机参数的变化、运动部件的老化导致摩擦系数变 化、拖链运动的不连续性和控制电路的非线性等。

#### 3 仿真

图 4 中的对象是根据(24)式直接用 Simulink 建模并封装 成一个子系统, 仿真参数为: U=24V,  $L_a=2.4\times10-4H$ ,  $R_a=0.78Ohm$ ,  $C_m=2.59\times10^2$  Nm/A,  $R=1.75\times10^3$  m,  $C_e=2.59\times10^2$  V/rad/s,  $m_0=2$ Kg,  $m_1=1$ Kg/m,  $u_c=0.1$ ,  $u_v=0.2$ 。 自适应逆控制器、模型辨识器和参考模型全部写在名称为 "AIC"的 S 函数中, 两个神经网络的结构相同, 输入层、隐层 和输出层的神经元数分别为 5、8 和 1,学习速率  $\eta_1=\eta_c=0.05$ ;



延迟阶数取 a=2 和 b=2。系统的采样频率为 1000Hz。设参 考信号为:  $u(t) = \sin(0.5\pi t)$ ,  $t \in [0.8]$ 。 图 5 中显示了自 适应逆控制和 PID 控制在上述正弦输入下的误差比较,其中 PID 参数的设置的原则是使对象对幅度为1的阶跃响应无超 调并且不使输入饱和。在仿真过程中,为了观察控制器收敛 过程,先对对象进行激励,对模型进行辨识并使之收敛然后 再继续进行在线训练,从图 5 中可以看出,自适应逆控制器 大约只用了 0.3s 就达到了收敛状态。为了观察参数时变对控 制效果的影响,在 t=8s 时将 U 降低 20%,可以看出两种控 制方式的误差都增加了,但 PID 控制器的最大误差增加幅度 比自适应逆控制器大1个数量级以上。由于神经网络的具有 学习能力,在模型辨识器和自适应逆控制器收敛后,控制误 差还可以进一步减小。从总体上看,自适应逆控制的误差要 比 PID 控制小 2 个数量级。

#### 4 结论

MATLAB/SIMULINK 仿真表明,本文提出的基于神经 网络的自适应逆控制方案收敛快,有很高的控制精度,并且 能够有效克服系统中的非线性和时变参数的影响,完全能够 满足大幅面喷墨打印机打印头车架运动控制系统的要求。方 案中的神经网络规模较小,可以在具有较强浮点运算能力的 DSP 嵌入式系统中实现。



## 参考文献:

- F N Chowdhury, P Wahi, R Raina, S Kaminedi. A survey of neural networks applications in automatic control[C]// Proc. IEEE Southeastern Symposium on System Theory. Athens, OH USA: IEEE Press, 2001: 349-353.
- [2] G L Plett. Adaptive inverse control of linear and nonlinear system using dynamic neural networks[J]. IEEE Trans. On Neural Networks(S1045-9227), 2003(14): 360-376.
- [3] G L Plett, H Bottrich. DDEKF learning for fast nonlinear adaptive inverse control[C]// Proc. IEEE World Congr. Comput. Intell. Honolulu, HI USA: IEEE Press, 2002, 2092-2097.
- [4] J.Y.Hung, N.G.Albritton. State estimation using a model subset and partial model inverse[C]// Proc. IEEE Int. Symposium on Industrial Electronics. Cholula, Puebla, Mexico: IEEE Press, 2000, (2): 684-688.
- [5] Chen C.Y., Cheng C.C., Chiu G.T.-C. Adaptive robust control of media advance systems for thermal inkjet printers[J]. Mechatronics (S0957-4158), 2000, (10): 111-126.
- [6] R E Knight, W J Kolodziej. Robust control for carriage drvum printer.[C]// Proc. IEEE Conf. on Control Applications. Albany, NY, USA: IEEE Press, 1994, (2): 971-976.
- [7] N.Iwazawa, T. Tsujisawa, S. Ishizaki, T. Hieda. Print head carriage transport high speed control system with robust compensator[C]// Proc. Int. Conf. on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation. Maui, HI, USA: IEEE Press, 1993, (3): 2126-2131.
- [8] Lin H.Y., Lu M.C., Horng J.H. DC servo speed control of an inkjet print head transport system using a phase-locked loop[C]// Proc. Int. Workshop on Advanced Motion Control. Mie, JPN: IEEE Press, 1996, (2): 458-463.