文章编号: 1006-2467(2005)03-0377-04

基于信任度分配的小脑模型节点控制器改进算法及其收敛性分析

张 蕾[1], 曹其新[1], 李 杰[2], 张春余[1]
(1. 上海交通大学 机器人研究所, 上海 200030; 2. 威斯康星大学 智能维护中心, 密尔沃基 WI 53224)

摘 要: 针对传统小脑模型节点控制器(CMAC)算法中的学习干扰现象, 给出了一种基于信任度分配的CMAC改进算法(CA-CMAC). 该算法将每个存储单元被激活次数的倒数作为该单元的信任度, 误差的分配与该单元的信任度成正比. 然后提出了信任度矩阵和信任度关联矩阵的概念, 并根据线性方程组迭代理论, 证明了改进算法在增量学习时的收敛性, 给出了收敛条件并进行了验证. 通过二自由度平面机器人臂逆动力学求解的仿真, 比较了CA-CMAC与传统CMAC的性能, 结果表明, CA-CMAC具有更快的收敛速度.

关键词: 小脑模型节点控制器; 信任度分配; 学习干扰; 收敛性
中图分类号: TP 18 **文献标识码**: A

A Credit-Assignment CMAC Algorithm and Analysis on Its Convergence

ZHANG Lei[1], *CAO Qi-xin*[1], *LEE Jay*[2], *ZHANG Chun-yu*[1]
(1. Research Inst. of Robotics, Shanghai Jiaotong Univ., Shanghai 200030, China;
2. Research Center of Intelligent Maintenance Systems,
the Univ. of Wisconsin-Milwaukee, WI 53224, USA)

Abstract: To reduce learning interference in traditional cerebellar model articulation controller (CMAC), a Credit-Assignment CMAC (CA-CMAC) learning algorithm was proposed. The inverse of activated times of each memory cell is taken as the credibility, and the error correction is proportional to the credibility. Credit matrix and credit correlation matrix were presented. Based on the iteration theories of linear equations, the convergence property of CA-CMAC in incremental learning was analyzed. Convergent condition was given and validated. The simulation results of the inverse kinematics of 2-DOF planar robot arm prove that CA-CMAC converges more rapidly than traditional CMAC.

Key words: cerebellar model articulation controller (CMAC); credit assignment; learning interference; convergence property

小脑模型节点控制器(CMAC)由于具有局域泛化能力强、学习速度快、易于软硬件实现等优点, 因此在信号处理、非线性函数逼近、机器人控制等领域得到了广泛的应用. 最初的CMAC算法是由

收稿日期: 2004-03-05
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50128504)
作者简介: 张 蕾(1975-), 女, 山东潍坊人, 博士生, 主要从事远程监控与智能维护方面的研究.
曹其新(联系人), 男, 教授, 博士生导师, 电话(Tel.) 021-62932750.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

Albus[1]提出的, 以后则不断得到改进. 根据训练样本选择方式的不同, CMAC 的学习方式可分为两种: 一是循环学习, 训练样本被重复训练多次以减小学习误差; 二是随机学习, 训练样本通过随机的方式进行选取, 这种方法的收敛速度相对较慢[2]. 无论是循环学习还是随机学习, 都存在"学习干扰"问题, 即后续样本的学习会破坏以前样本的学习结果. 这种现象是由保证 CMAC 局部泛化能力的映射机理导致的, 因而不能完全消除. Thompson[3]提出了一种"邻近有序"训练方法, Sayil 等[4]提出了将"邻近有序"与"最大误差"相结合的方法来减小学习干扰. 但是"邻近有序"方法中要求后续训练样本落在以前训练样本的泛化域之外, 对于学习函数未知的情况, 这种方法是不适用的, 因此在实际应用时有很大的局限性.

减小学习干扰、保证 CMAC 的局部泛化能力是开发 CMAC 算法的关键. Su 等[5]将信任度分配引入 CMAC 算法(CA-CMAC), 提出根据每个存储单元被激活的次数来确定该单元的信任度, 然后根据信任度来分配误差, 但并未对 CA-CMAC 算法进行理论上的分析. 在此基础上, 本文给出了 CA-CMAC 的一般表达式, 并且提出了信任度矩阵、信任度关联矩阵的概念, 从而在理论上证明了 CA-CMAC 的收敛性, 求出了 CA-CMAC 在增量学习时的收敛条件.

1 CA-CMAC 算法

CMAC 包含两个基本的映射过程, 即 X→A→P. 其中: X 为一个 M 维输入空间; A 为一个 N 维关联矢量, 当中包含 g 个非零单元, g 是泛化参数, W 为与 A 相对应的权矢量; P 为输出空间. 第 1 个映射将输入空间中的点 X_k 映射到关联矢量 A_k. A_k 中的元素定义为

$$a_{k,j} = \begin{cases} 1 & \text{第 } j \text{ 个单元被第 } k \text{ 个样本激活} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{1}$$

A_k 实际上可以看作是存储单元的地址指针, 在这些单元中存储着相应的权值. 如果实际需要的存储空间非常大, 可以先将 X_k 映射到一个虚拟存储空间, 然后采用杂凑编码的方式映射到实际的物理存储空间. 为了分析方便, 本文没有考虑杂凑编码的情况. 第 2 个映射通过计算所激活的存储单元中权值的总和, 得到网络的输出

$$Y_{r,k} = A_k^{\mathrm{T}} W = \sum_{j=1}^{N} a_{k,j} w_j \tag{2}$$

式中: $Y_{r,k}$ 为第 k 个样本的实际输出; w_j 为权矢量 W 中第 j 个元素.

权值的迭代公式为

$$w_j(t+1) = w_j(t) + \frac{\beta a_{k,j}}{g}\left[Y_{d,k} - \sum_{j=1}^{N} a_{k,j} w_j(t)\right] \tag{3}$$

式中: β 为学习速率; $Y_{d,k}$ 为第 k 个样本的期望输出; t 为循环次数.

由式(3)可以看出, 样本误差被平均分配到所激活的存储单元对应的权上. 这种分配方法没有考虑经过学习之后, 已经在模型中存有的重要信息. 事实上, 当第 t 次循环样本 $(X_k, Y_{d,k})$ 被输入网络时, 并不是每个存储单元都有相同的学习历史, 因此其可信度(或信任度)就不一样. 基于信任度分配的观点, Su 等[5]将传统的误差修正过程进行了改进, 采用每个存储单元被激活次数的倒数作为其信任度, 误差的分配与其信任度成正比. 在此基础上, 本文给出 CA-CMAC 权值迭代算法的更一般的表达方式:

$$w_j(t+1) = w_j(t) + \beta a_{k,j}\left(\frac{1}{f(j)} \Big/ \sum_l \frac{1}{f_k(l)}\right)\left(Y_{d,k} - \sum_{j=1}^{N} a_{k,j} w_j\right) \tag{4}$$

式中: $f(j)$ 为第 j 个存储单元被激活的次数; $f_k(l)$ 为第 k 个样本所激活的 g 个存储单元被激活的次数. 存储单元被激活的次数越多, 意味着与它相关的多个样本已被学习, 它所存储的权值也就越精确, 因此分给它的误差应该少些, 从而对其他样本的学习干扰就少一些, 但总的修正误差仍然等于样本的误差. 该误差分配方式显然比平均分配更具合理性.

2 CA-CMAC 的收敛性

Wong 等[6]提出了 CMAC 的另一种表述形式, 刘慧等[7]利用这种形式分析了 CMAC 的收敛性. 本文利用相似的方式, 对 CA-CMAC 算法在增量学习时的收敛性进行分析.

假设训练样本为 $(X_i, Y_{d,i})$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$, n 为训练样本的数目. 当第 t 次循环、第 k 个样本被输入网络时, 其误差为

$$\delta_k^{(t)} = Y_{d,k} - A_k^{\mathrm{T}} W^{(t)}$$

令 $g_k = \sum_l \frac{1}{f_k(l)}$, 定义单位修正误差为 $\frac{\delta_k^{(t)}}{g_k}$. 根据式(4), 被第 k 个样本激活的存储单元中相应的权的修正量为 $\frac{1}{f_k(l)}\frac{\delta_k^{(t)}}{g_k}$. 这些修正必然会影响其他训练样本的输出, 这时第 i 个样本的输出为

$$A_i^{\mathrm{T}} W^{(t)} + \frac{d_{ik}\delta_k^{(t)}}{g_k}$$

其中: $d_{ik} = \sum_l \frac{1}{f_{ik}(l)}$; $f_{ik}(l)$ 为同时被第 i 个样本和

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

第 k 个样本激活的存储单元被激活的次数. 显然 $d_{ik}=d_{ki}$, $d_{kk}=\sum_l \frac{1}{f_k(l)}=g_k$. 如果初始权值为 0, 经过 t 次循环后, 第 k 个样本的累积单位误差为

$$\Delta_k'=\sum_t \frac{\delta_k^{(t)}}{g_k}$$

第 i 个样本的输出可以表示为

$$Y_{r,i}=\sum_{k=1}^{n} d_{ik}\Delta_k'$$

如果 CA-CMAC 学习过程收敛, $\delta_k^{(t)}\to 0$, $\Delta_k'\to$ 常数, 则 CA-CMAC 的学习收敛过程相当于 Δ_k' 的收敛过程. 令 $D=[d_{ik}](i,k=1,2,\cdots,n)$, $\Delta'=[\Delta_1',\Delta_2',\cdots,\Delta_n']^T$, 采用矩阵表达方式, 收敛过程相当于求解线性系统方程:

$$D\Delta'=Y \tag{5}$$

式中: $Y=[Y_{d,1},Y_{d,2},\cdots,Y_{d,n}]^T$. 令 $A=[A_1,A_2,\cdots,A_n]$, 并定义矩阵

$$F=\begin{bmatrix} 1/f(1) & & & 0 \\ & 1/f(2) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1/f(N-1) \\ & & & & 1/f(N) \end{bmatrix}_{N\times N}$$

F 为正的对角阵, 由于 F 的对角线元素对应存储单元的信任度, 故称 F 为信任度矩阵; 矩阵 D 为信任度关联矩阵. 根据 D 的定义, 可得

$$D=A^TFA \tag{6}$$

如果训练样本集、量化参数和泛化参数给定, 则当所有训练样本被学习一次后, $f(j)$ 的值确定, 而且在以后的循环学习中不再改变(除非有新的训练样本加入), 则矩阵 F 和 D 也就确定, 而且矩阵 D 有一些比较特殊的性质, 可表述为如下定理.

定理 1　信任度关联矩阵 D 具有如下性质:

(1) D 是对称矩阵, 所有的元素都是非负实数, 对角线上的元素为 g_k, $k=1,2,\cdots,n$.

(2) D 是半正定矩阵.

证明　性质(1)可由矩阵 D 的定义直接得出. 现证明性质(2).

任意给定矢量 $X\neq 0$, 则有二次型

$$f(X)=X^TDX=X^T(A^TFA)X=(AX)^TF(AX)\geq 0$$

所以 D 是半正定的.　　证毕

式(5)可以重新表示为

$$A^TFA\Delta'=Y \tag{7}$$

如果让 $f(i)=1(i=1,2,\cdots,N)$, 那么 F 就变为单位矩阵, 即 $F=I$, 而且这时 $g_k=g(k=1,2,\cdots,n)$, 式(7)就变为

$$A^TA\Delta=Y \tag{8}$$

式中: $\Delta=[\Delta_1,\Delta_2,\cdots,\Delta_n]^T$; $\Delta_k=\sum_t \frac{\delta_k^{(t)}}{g}(k=1,2,\cdots,n)$. 式(8)正是 Wong 等[6]所描述的传统 CMAC 算法的线性系统方程. 因此, 传统 CMAC 算法可以看作是 CA-CMAC 算法的一种特殊形式, 此时所有存储单元的激活次数都为 1, 具有相同的信任度.

CMAC 在学习训练样本时, 一般都采用增量学习的方式, 即每学习一个样本立即更新权值. 本文也只讨论 CA-CMAC 在增量学习时的收敛性. 当增量学习时, 第 i 个样本在第 t 次循环时, 其迭代方程可以表示为

$$\Delta_i^{(t+1)}=\Delta_i^{(t)}+\frac{\beta}{g_i}\left(Y_{d,i}-\sum_{j=1}^{i-1}d_{ij}\Delta_j^{(t+1)}-\sum_{j=i}^{n}d_{ij}\Delta_j^{(t)}\right) \tag{9}$$

定义矩阵

$$G=\begin{bmatrix} g_1 & & & 0 \\ & g_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & g_{n-1} \\ & & & & g_n \end{bmatrix}_{n\times n}$$

矩阵 D 可以表示为

$$D=L+G+U$$

其中, L 和 U 分别为 D 的下三角和上三角部分(不包含对角线元素). 式(9)可采用矩阵表达方式:

$$G\Delta^{(t+1)}=G\Delta^{(t)}+\beta[Y-L\Delta^{(t+1)}-(G+U)\Delta^{(t)}] \tag{10}$$

即

$$\Delta^{(t+1)}=(G+\beta L)^{-1}[(1-\beta)G-\beta U]\Delta^{(t)}+\beta(G+\beta L)^{-1}Y \tag{11}$$

式(11)恰好是式(5)的松弛迭代法公式. 式中 β 为松弛因子, 根据线性方程组迭代理论[8,9], 有如下引理.

引理 1　线性方程组 $Ax=B$ 松弛迭代收敛的必要条件是松弛因子 $0<\omega<2$.

引理 2　若 A 为正定矩阵, 当松弛因子 $0<\omega<2$ 时, 松弛迭代恒收敛.

因此, 本文得到 CA-CMAC 学习算法的收敛条件如下:

定理 2　在增量学习时, CA-CMAC 学习算法收敛的必要条件是学习速率 $0<\beta<2$, 特别地, 当 D 为正定矩阵时, $0<\beta<2$ 成为 CA-CMAC 学习算法收敛的充要条件.

证明　由引理 1 和 2 可直接推出该定理.

由定理 2 可知, CA-CMAC 与 CMAC 增量学习

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

时收敛的必要条件完全相同,而充要条件中,CMAC中的关联矩阵C换成了信任度关联矩阵D.

3 仿真结果

为了验证定理2并比较CA-CMAC与传统CMAC算法的性能,通过一个二维函数的仿真来求解二自由度平面机器人臂的逆动力学问题 令(x, y)表示机器人臂顶端夹手的坐标,连接角为[10]:

$$\left.\begin{aligned}\theta_1 &= \arctan\frac{y}{x} + \arctan\frac{l_2\sin\theta_2}{l_1 - l_2\cos\theta_2}\\ \theta_2 &= \arccos\frac{l_1^2 + l_2^2 - x^2 - y^2}{2l_1l_2}\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

式中:θ_1、θ_2分别为两个连接角,$0\le\theta_1, \theta_2\le\pi$,$l_1$、$l_2$为臂长 假设$l_1 = l_2 = 10$,$0 < x, y < 10$,$x$和$y$的量化参数均为0.5,只利用CA-CMAC对$\theta_1$进行学习.

如图1所示,当学习速率取不同值时,训练样本的均方差(MSE)随循环次数(t)的变化情况 由图可见,当学习速率β超出(0, 2)范围时,CA-CMAC学习算法不收敛,这进一步证明了定理2的正确性 同时,学习速率太大,会导致误差振荡,过小又会降低收敛速度 因此,学习速率动态调整已被证明是改善一般CMAC算法收敛性的有效途径[11]. 本文按简单的规则调整学习参数:当$MSE(t) < MSE(t-1)$时,$\beta(t) = \beta(t-1)$;否则,$\beta(t) = 0.8\beta(t-1)$. 初始时刻$\beta(1) = 1.8$.

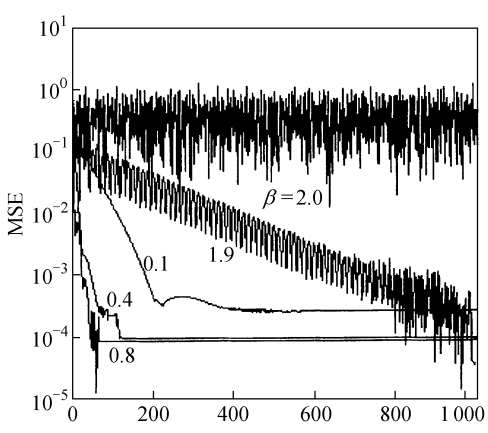

图1 CA-CMAC增量学习时的收敛性

Fig. 1 The convergence of CA-CMAC in incremental learning

如图2所示,当学习速率动态下降时,CA-CMAC的收敛速度明显快于普通CMAC,当应用在实时控制领域时,这种快速收敛速度显得尤其重要

4 结 语

为减少传统CMAC算法中的学习干扰现象,本文提出了一种基于信任度分配的改进CMAC算法,并根据线性方程组迭代理论对该算法的收敛性进行了分析,推导了CA-CMAC在增量学习时的收敛定理 通过对二自由度平面机器人臂的逆动力学问题的仿真,验证了定理的正确性,并比较了CA-CMAC与传统CMAC的收敛性能 仿真结果证明,CA-CMAC具有更快的收敛速度,这对于实时应用的场合具有特别重要的意义

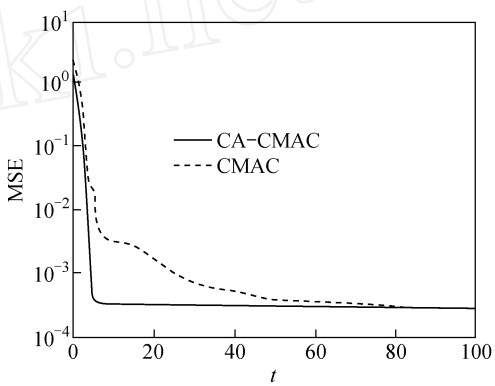

图2 两种算法的误差收敛过程$(g = 8)$

Fig. 2 The convergent process of the two algorithms

参考文献:

[1] Albus J S. A new approach to manipulator control: the cerebellar model articulation controller (CMAC) [J]. **Journal of Dynamic System, Measurement and Control**, 1975, 9: 220-233.

[2] Kwon S. An adaptive control system for biological and robotic simulation [D]. Louisiana: Louisiana State Univ, Dep Mech Eng, 1990.

[3] Thompson D E. Neighborhood sequential and random training techniques for CMAC [J]. **IEEE Transactions on Neural Network**, 1995, 6(1): 196-202.

[4] Sayil S, Lee K Y. A hybrid maximum error algorithm with neighborhood training for CMAC [A]. **Proceedings of the 2002 International Joint Conference on Neural Networks** [C]. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2002. 165-170.

[5] Su S F, Ted T, Hung T H. Credit assigned CMAC and it's application to online learning robust controllers [J]. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics**, 2003, 33(2): 202-213.

[6] Wong Y, Sideris A. Learning convergence in the cerebellar model articulation controller [J]. **IEEE Trans Neural Networks**, 1992, 3: 115-121.

(下转第385页)

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

表 2　10 个困难算例的计算结果比较

Tab. 2　The results comparison of ten tough problems

Problem	n	m	BKS	HPSO	BB	GA3	SAGen	TS-SB	GRASP
ABZ7	20	15	656	666	668	668	658	666	692
ABZ8	20	15	(645, 669)	681	687	684	670	678	705
ABZ9	20	15	(656, 707)	694	707	702	—	693	740
LA21	15	10	1 046	1 047	1 053	1 047	1 047	1 046	1 057
LA24	15	10	935	938	935	938	938	938	954
LA25	15	10	977	977	977	977	977	979	984
LA27	20	10	1 235	1 236	1 269	1 236	1 236	1 235	1 269
LA29	20	10	1 157	1 164	1 195	1 180	1 167	1 168	1 203
LA38	15	15	1 196	1 208	1 209	1 201	1 201	1 201	1 218
LA40	15	15	1 222	1 226	1 222	1 228	1 226	1 233	1 244

4　结　语

本文介绍了一种新的基于 PSO 和 SA 的优化方法, 并将其应用于 Job-shop 调度问题. 通过对标准算例的计算以及与其他算法的比较可以看出, 这种新的混合算法具有优越的性能. 此外, 新算法具有通用性, 可用于许多优化问题, 是求解优化问题的颇具吸引力的新选择, 将 PSO 应用到其他的混合优化问题是作者下一步的研究方向.

参考文献:

[1] Adams J, Balas E, Zawack D. The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling [J]. **Management Science**, 1988, 34: 391-401.

[2] Kolonko M. Some new results on simulated annealing applied to the job shop scheduling problem [J]. **European Journal of Operational Research**, 1999, 113: 123-136.

[3] Pezzella F, Merelli E. A tabu search method guided by shifting bottleneck for the job shop scheduling problem [J]. **European Journal of Operational Research**, 2000, 120: 297-310.

[4] Aiex R M, Binato S, Resende M G C. Parallel GRASP with path-relinking for job shop scheduling [J]. **Parallel Computing**, 2003, 29: 393-430.

[5] Shi Y, Eberhart R. Empirical study of particle swarm optimization [A]. **Proceedings of Congress on Evolutionary Computation** [C]. Washington DC, USA: [s. n.], 1999, 3: 1945-1950.

[6] Muth J F, Thompson G L. Industrial scheduling [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentics Hall, 1963.

[7] Lawrance S. Resource constrained project scheduling: an experimental investigation of heuristic scheduling techniques [M]. Pittsburgh: Carnegie Mellon Univ, 1984.

[8] Applegate D, Cook W. A computational study of the job-shop scheduling problem [J]. **ORSA Journal on Computing**, 1991, 3: 149-156.

[9] Mattfeld D. Evolutionary search and the job shop —— investigations on genetic algorithms for production scheduling [M]. NY: Springer-Verlag, 1995.

(上接第 380 页)

[7] 刘　慧, 许晓鸣. 小脑模型神经网络改进算法的研究 [J]. **自动化学报**, 1997: 23(4): 482-488.

LIU Hui, XU Xiao-ming. An improved CMAC neural network algorithm [J]. **Acta Automatica Sinica**, 1997, 23(4): 482-488.

[8] 何　超, 徐立新, 张宇河. CMAC 算法收敛性分析及泛化能力研究 [J]. **控制与决策**, 2001: 16(5): 523-534.

HE Chao, XU Li-xin, ZHANG Yu-he. Convergence and generalization ability of CMAC [J]. **Control and Decision**, 2001: 16(5): 523-534.

[9] 史荣昌. 矩阵分析 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996. 134-138.

[10] Yao Shu, Zhang Bo. The learning convergence of CMAC in cyclic learning [J]. **Journal of Computer Science & Technology**, 1994, 9(4): 320-328.

[11] Lu H C, Chang J C. Enhance the performance of CMAC neural network via fuzzy theory and credit apportionment [A]. **Proceedings of the 2002 International Joint Conference on Neural network** [C]. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2002. 715-720.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net